

Partie B : Etude du piégeage de particules neutres

Partie II

II.1 : Actions exercées par un champ électrostatique extérieur sur un dipôle.

II.1.1

Dans la cas d'une charge $-q$ en N et $+q$ en P, la relation donnée s'écrit :

$$\vec{p} = -q\vec{ON} + q\vec{OP} = q(\vec{NO} + \vec{OP}) = q\vec{NP} \quad (1)$$

qui est l'expression classique du moment dipolaire.

II.1.2

La somme des charges + est égale à la somme des charges - : $\sum_{i=1}^N q_i = 0$.

La distance entre le barycentre des charges positives et le barycentre des charges négatives doit être très inférieure à la distance de chacun de ces barycentres au point d'observation

II.1.3

$$E_p(M) = \sum_{i=1}^N q_i V_{\text{ext}}(P_i) \quad (2)$$

II.1.4

$$V_{\text{ext}}(P_i) - V_{\text{ext}}(O) = -\vec{E}_{\text{ext}} \cdot \vec{OP}_i \quad (3)$$

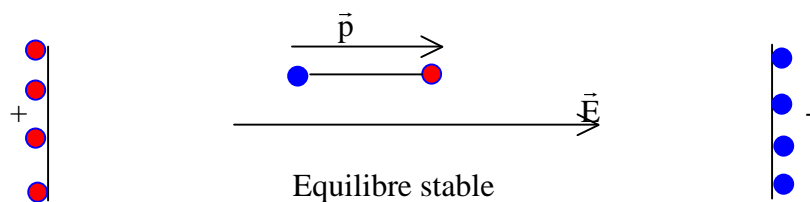
De II.3.1, on écrit l'énergie potentielle d'interaction sous la forme :

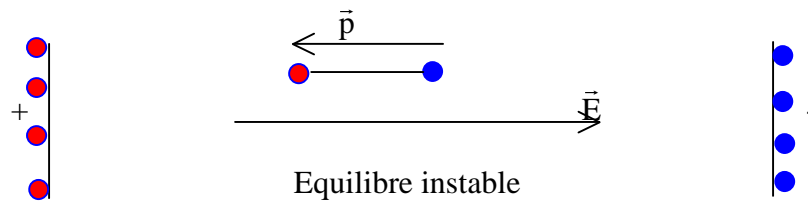
$$E_p(M) = \sum_{i=1}^N q_i [V_{\text{ext}}(O) - \vec{E}_{\text{ext}} \cdot \vec{OP}_i] = V_{\text{ext}}(O) \sum_{i=1}^N q_i - \vec{E}_{\text{ext}} \cdot \sum_{i=1}^N q_i \vec{OP}_i = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}} \quad (4)$$

II.1.5

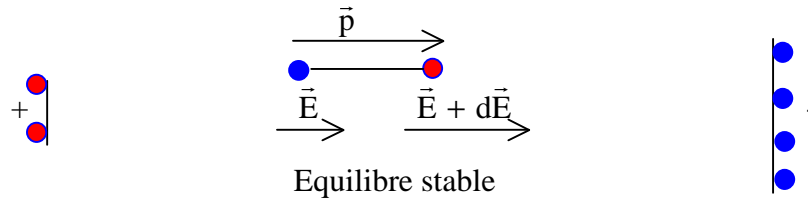
En équilibre stable, le moment dipolaire est aligné sur le champ électrostatique et de même sens.

En équilibre instable, le moment dipolaire est aligné sur le champ électrostatique et de sens opposé.





II.1.6



Dans la position d'équilibre stable et dans la situation de la figure, la charge positive du dipôle est soumise à une force plus importante que la force opposée qui s'exerce sur la charge négative : le dipôle se déplace dans la direction du champ électrostatique et vers la zone de champ fort.

II.2 Action d'un champ électrique oscillant sur l'atome d'hydrogène dans le modèle de THOMSON

II.2.1

$$-m\omega_0^2\vec{OP} - m\gamma\frac{d\vec{OP}}{dt} + q\vec{E}(M, t) = m\frac{d^2\vec{OP}}{dt^2} \quad (5)$$

$$-m\frac{d^2\vec{OP}}{dt^2} - m\gamma\frac{d\vec{OP}}{dt} - m\omega_0^2\vec{OP} = e\vec{E}(M, t) = eE_0(M)\cos(\omega t)\vec{u}_z \quad (6)$$

II.2.2

$$\frac{m}{e}\frac{d^2\vec{p}}{dt^2} + \frac{m}{e}\gamma\frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{m}{e}\omega_0^2\vec{p} = eE_0\cos(\omega t)\vec{u}_z \quad (7)$$

II.2.3

Conformément à II.1.5, le dipôle se place dans un équilibre stable en régime permanent, et le moment dipolaire prend la direction \vec{u}_z

II.2.4

On peut donc projeter l'équation différentielle (7) sur l'axe des z, et on obtient en recherchant une solution complexe :

$$-m\omega^2\vec{p}_0 + jm\gamma\omega\vec{p}_0 + m\omega_0^2\vec{p}_0 = e^2\vec{E}_0 \quad (8)$$

$$\underline{p}_0(\omega) = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)} \quad (9)$$

II.2.5

$$p_0(\omega) = |\underline{p}_0(\omega)| = \frac{e^2 E_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (10)$$

$$\underline{p}_0(\omega) = \frac{e^2 E_0}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - j(\gamma\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} = \frac{e^2 E_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - j(\gamma\omega)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (11)$$

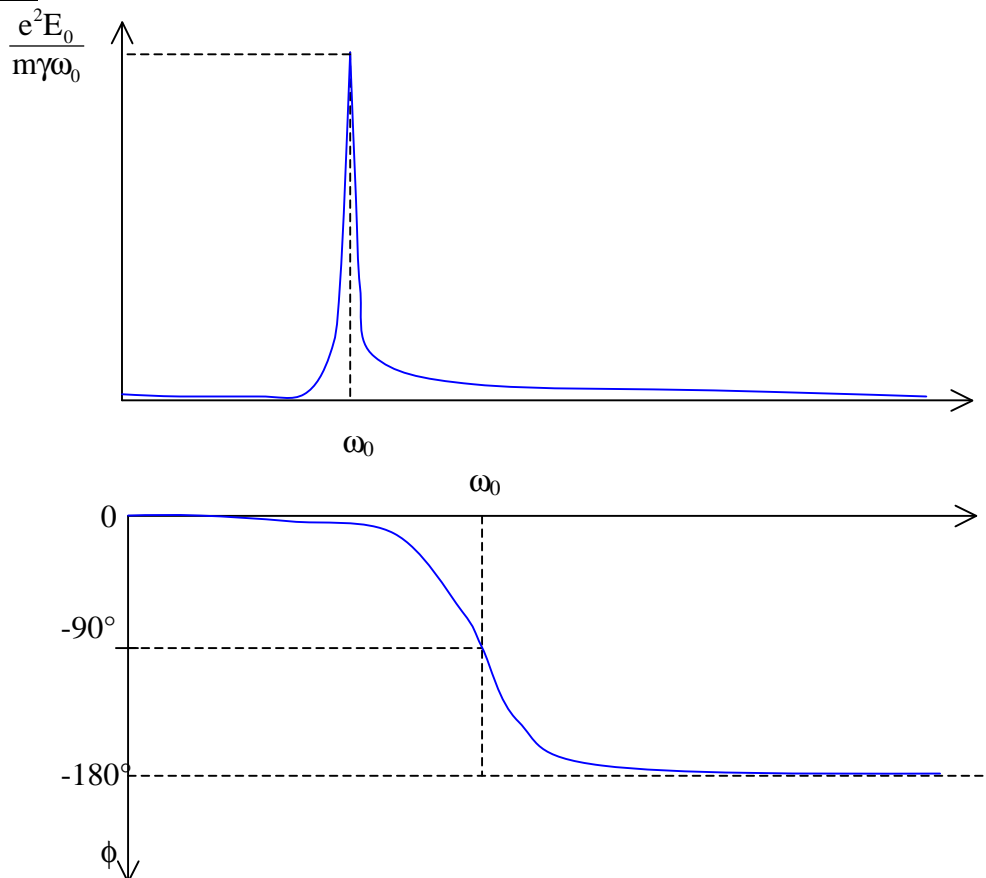
$$\underline{p}_0(\omega) = \frac{e^2 E_0}{m} \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \exp(j\phi(\omega))$$

En posant :

$$\cos(\phi) = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad \text{et} \quad \sin(\phi) = -\frac{\gamma\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (12)$$

ce qui détermine ϕ de manière unique.

II.2.6



II.2.7

Le déphasage ϕ est négatif : l'électron suit la phase du signal exciteur avec un certain retard du à son inertie.

Lorsque la fréquence de l'excitation est faible, l'électron suit la fréquence avec un déphasage nul.

Lorsque la fréquence de l'excitation est très élevée, son mouvement se retrouve en opposition de phase avec l'excitation.

A la résonance, son mouvement est en quadrature retard avec l'excitation.

II.2.8

Spectre de raies : oscillations à une fréquence de résonance très aiguë, et donc avec un spectre très étroit.

II.2.9

De II.1.4 :

$$E_p(M, t) = -\bar{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}} \quad (13)$$

$$E_p(M, t) = -p_0(\omega) \cos[\omega t + \phi(\omega)] \vec{u}(M) \cdot E_0(M) \cos(\omega t) \vec{u}(M) \quad (14)$$

$$E_p(M, t) = -p_0(\omega) E_0(M) \cos[\omega t + \phi(\omega)] \cos(\omega t) \quad (15)$$

II.2.10

$$E_p(M) = -p_0(\omega) E_0(M) \frac{1}{T} \int_0^T \cos[\omega t + \phi(\omega)] \cos(\omega t) dt \quad (16)$$

$$E_p(M) = -p_0(\omega) E_0(M) \cos(\phi(\omega)) \quad (17)$$

II.2.11

$$E_p(M) = -E_0(M) \frac{e^2 E_0(M)}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (18)$$

$$E_p(M) = -E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} = E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (19)$$

$$E_p(M) = E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (20)$$

Le signe de $E_p(M)$ est identique à celui du désaccord $\delta = \omega - \omega_0$.

II.2.12

De l'expression de l'énergie potentielle (19)

$$E_p(M) = E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (21)$$

on obtient lorsque $\gamma \ll \omega_0$:

$$E_p(M) \approx E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} = E_0^2(M) \frac{e^2}{m} \frac{1}{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)} \quad (22)$$

$$E_p(M) \approx \frac{e^2}{m(\omega + \omega_0)} \frac{E_0^2(M)}{\delta} \quad (23)$$

et si δ est faible :

$$E_p(M) \approx \frac{e^2}{2m\omega_0} \frac{E_0^2(M)}{\delta} \quad (24)$$

II.2.13

Le désaccord δ doit être négatif pour que l'atome se dirige vers la zone de champ fort, ce qui correspond à une énergie potentielle négative.